

94 學年度高級中學數學科能力競賽複賽

南區（台南區） 筆試(二)試題

注意事項：

- (1) 測試時間分配：1 小時
- (2) 本試卷共 5 題，滿分 21 分。第一題 5 分，第二題 4 分，第三題 4 分，第四題 4 分，第五題 4 分。
- (3) 請將計算、證明過程須完整依序寫在答案卷上。
- (4) 不可以使用電算器。
- (5) 試題與答案一同繳回。

[問題一] 試求方程式 $(x+6)5^{1-|x-1|} - x = (x+1)|5^x - 1| + 5^{x+1} + 1$ 的所有實數解。

[問題二] 已知 $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 \in \{-1, 0, 1\}$ ，試問 $a_0 + 3a_1 + 3^2a_2 + 3^3a_3 + 3^4a_4$ 的值為正整數者共有多少個？

[問題三] 若有兩複數分別為 $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ， $w = \cos \beta + i \sin \beta$ 且 $z + w = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ ，求 $\tan(\alpha + \beta)$ 之值。

[問題四] 若 a, b 均為整數，且方程式 $x^2 - ax + 817 = 0$ 與 $x^2 - bx + 3553 = 0$ 有一共同質數根，則 $a + b = ?$

[問題五] 在邊長為 10 的正三角形 $\triangle ABC$ 內部，如圖所示的方式，內接有甲、乙兩個正方形（甲、乙有一邊相重疊，且各有一邊位於 \overline{BC} 上，甲正方形一頂點在 \overline{AB} 上，乙正方形有一頂點在 \overline{AC} 上）。試求：甲、乙兩面積之和的最小值。

