94 學年度高級中學數學科能力競賽複賽
北區第三區（台北市）　筆試(二)試題

編號：______________（學生自填）

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1、設$\alpha=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$。若 a 與 b 為有理數且滿足

$$\sqrt{a+b\alpha}=\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}+\alpha\sqrt{\frac{5-2\sqrt{5}}{5}}\ ,$$

則有理數對(a,b)為__________。

2、級數$\sum_{k=1}^{200}(-1)^{k-1}(2k-1)^2=1^2-3^2+5^2-7^2+\cdots-399^2$之和等於__________。

3、滿足方程組

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2y}=(x^2+3y^2)(3x^2+y^2)\\[2ex]\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2y}=2(y^4-x^4)\end{cases}$$

的實數對$(x,\ y)$為__________。

4、若$\dfrac{\sin 3x\sin^3 x+\cos 3x\cos^3 x}{1+\cos 4x}-\cos 2x-\dfrac{1}{4}=0$，則$\cos 2x$ 等於__________。

5、在坐標平面上，與兩拋物線$y=x^2$、$y=-x^2+2x-5$都相切的直線方程式為__________。(兩解)

6、若正實數x滿足$(9^{\log x}+19)^{\log 9}+19=x$，其中的$\log$表示常用對數，則正實數$x$等於__________。

7、在一個直圓錐面的內部置一正立方體，使正立方體的一面在直圓錐面底部的圓上，而正立方體的其餘四個頂點在直圓錐面上。若直圓錐面的底半徑為 10 而高 為 30，則此正立方體的邊長為__________。